RAN-2503000502013003

RAN-2503000502013003

F.Y.B.Sc. (Sem - II) Examination April - 2025

Mathematics : MH - MJ - 201 (Matrix Algebra)

[Total Marks: 38

સૂચના : / Instructions

(૧) **નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.**
Fill up strictly the details of ☛ signs on your answer book

Name of the Examination:

☛ **F.Y.B.Sc. (Sem - II)**

Name of the Subject :

☛ **Mathematics : MH - MJ - 201 (Matrix Algebra)**

Subject Code No.: **2503000502013003**

Seat No.:

Student's Signature

(2) Attempt all questions.
(3) Figures to the right indicate full marks.
(4) Follow usual notations and conventions.

Q.1 Answer any Four from the following. 8

1. Prove that for any square matrix A, AA^T is a symmetric matrix.

   સાબિત કરો કે દરેક ચોરસ શ્રેણિક A માટે $A\,A^T$ એ સંમિત શ્રેણિક છે.

2. Define Hermitian matrix.

   હેરમેટિયન શ્રેણિક વ્યાખ્યાયિત કરો.

3. Define equivalent systems of linear equations.

   સમકક્ષ સુરેખ સમીકરણ સંહતિ વ્યાખ્યાયિત કરો.

4. Find characteristic equation of the identity matrix of order 2.

   2×2 એકમ શ્રેણિકનું લાક્ષણિક સમીકરણ શોધો.

5. Find the eigen values of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

   શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ના આત્મ મૂલ્યો શોધો.

6. Define raw rank of the matrix.

   શ્રેણીકના હાર કોટયાંકની વ્યાખ્યા આપો.

7. Define eigen value and eigen vector for the square matrix A.
   ચોરસ શ્રેણિક A માટે આત્મમૂલ્ય અને આત્મસદીશની વ્યાખ્યા આપો.
8. Prove that $A + A^{\theta}$ is a Hermitian matrix.
   સાબિત કરો $A + A^{\theta}$ કે એ હરમેટિયન શ્રેણિક છે.

Q.2 Answer Any Two from the following. 10

1. Prove that every square matrix A with real entries can be uniquely expressed as $A = P + Q$, where P is symmetric matrix and Q is skew symmetric matrix
   સાબિત કરો કે વાસ્તવિક સંખ્યા ધરાવતા કોઈપણ ચોરસ શ્રેણિક A ને અનન્ય રીતે $A = P + Q$ તરીકે દર્શાવી શકાય છે. જ્યાં P એ સંમિત શ્રેણિક અને Q એ વિસંમિત શ્રેણિક છે.

2. Verify $(A \bullet B)^T = B^T A^T$ for the matrices.
   $$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$
   આપેલ શ્રેણીકો માટે $(A \bullet B)^T = B^T A^T$ ચકાસો.
   $$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Convert the following matrix into it's reduced row echelon form and find it's row rank.
   $$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 5 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & -4 & -1 \\ 0 & 3 & 6 & -2 & 1 & 8 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$
   આપેલ શ્રેણીકને તેના હાર- સોપાન સ્વરૂપમાં ફેરવો અને તેનો હાર કોટયાંક શોધો.
   $$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 5 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & -4 & -1 \\ 0 & 3 & 6 & -2 & 1 & 8 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

Q.3 Answer Any Two from the following. 10

1. Define trace of a matrix. Prove that for any two $n \times n$ matrix A and B, trace $(A + B)$ = trace (A) + trace (B).

   Is it true that trace $(A \bullet B)$ = trace (A) $\bullet$ trace (B)? Justify

   શ્રેણીકનો ટ્રેસ વ્યાખ્યાયિત કરો અને કોઈપણ બે $n \times n$ ચોરસ શ્રેણિક A અને B માટે સાબિત કરો કે trace $(A + B)$ = trace (A) + trace (B).

   શું trace $(A \bullet B)$ = trace $(A) \bullet$ trace (B) સાચું છે? ચકાસો.

2. Solve the following system of linear equations by elementary row operations.

$$x + y + z + w = 0$$
$$x + y + z - w = 0$$
$$x - y + z - w = 0$$
$$x - y - z - w = 0$$

   આપેલ સુરેખ સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ પ્રાથમિક હાર પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને શોધો.

$$x + y + z + w = 0$$
$$x + y + z - w = 0$$
$$x - y + z - w = 0$$
$$x - y - z - w = 0$$

3. Solve the system of linear equations by elementary row operations.

$$x + y + z = 3$$
$$3x + y - 2z = -2$$
$$2x + 4y + 7z = 7$$

   આપેલ સુરેખ સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ પ્રાથમિક હાર પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને શોધો.

$$x + y + z = 3$$
$$3x + y - 2z = -2$$
$$2x + 4y + 7z = 7$$

Q.4 Answer Any Two from the following. 10

1. Find eigen values for the following matrix and find correspoinding eigen vectors for the smallest eigen values.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

આપેલ શ્રેણીકના આત્મમૂલ્યો શોધો અને સૌથી નાના આત્મમૂલ્યને સંગત આત્મસદીશ શોધો.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Find inverse of the given matrix using Cayle -Hamilton Theorem for the matrix.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

કેલી-હેમિલ્ટન પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી આપેલ શ્રેણિકનો વ્યસ્ત શ્રેણિક શોધો.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Prove that two similar matrices *A* and *B* have the same eigenvalues

સાબિત કરો કે બે અનુરૂપ શ્રેણિકો *A* અને *B* ના આત્મમૂલ્યો સમાન હોય છે.